

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007**

 Proba scrisă la **MATEMATICĂ**
**PROBA D/F**
**Varianta ...031**

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**NOTĂ.** Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 3 ore.

**La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete**
**SUBIECTUL I ( 20p )**

 În sistemul cartezian  $xOy$  se dau punctele  $A(2,1)$ ,  $B(-2, 1)$  și  $C(0,4)$ .

- (4p) a) Să se arate că punctele  $A, B, C$  sunt necoliniare.
- (4p) b) Să se arate că triunghiul  $ABC$  este isoscel.
- (4p) c) Să se determine coordonatele mijlocului segmentului  $[AB]$ .
- (4p) d) Să se calculeze lungimea medianei din  $C$  a triunghiului  $ABC$ .
- (2p) e) Să se calculeze aria triunghiului  $ABC$ .
- (2p) f) Să se calculeze conjugatul numărului complex  $3 + 5i$ .

**SUBIECTUL II ( 30p )**
**1.**

- (3p) a) Să se arate că restul împărțirii polinomului  $X^5 - 1$  la polinomul  $X - 1$  este egal cu 0.
- (3p) b) Să se determine  $x > 0$ ,  $x \neq 1$ , astfel încât  $\log_x 4 = 2$ .
- (3p) c) Să se calculeze  $A_4^2$ .
- (3p) d) Să se calculeze  $B^2$ , dacă  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ .
- (3p) e) Să se determine  $x \in \mathbf{R}$ , dacă  $\begin{vmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{vmatrix} = 0$ .

**2.**

- (3p) a) Să se arate că șirul  $(a_n)_{n \in \mathbf{N}}$ ,  $a_n = \frac{2n+1}{n+1}$ , este crescător.
- (3p) b) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+1}$ .
- (3p) c) Să se calculeze  $f'(x)$ , dacă  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \sin x$ .
- (3p) d) Să se calculeze  $\int_0^{\pi} f'(x) dx$ , unde  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \sin x$ .
- (3p) e) Să se calculeze  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x}$ , unde  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \cos x$ .

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2. Filiera teoretică: profil Uman, specializarea științe sociale; Filiera vocațională: profil Militar, specializarea științe sociale

**Varianta 031**

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , și mulțimea

$$G = \{X \in M_2(\mathbf{R}) \mid AX = XA\}.$$

- (4p) a) Să se arate că  $A \in G$  și  $I_2 \in G$  .
- (4p) b) Să se calculeze determinantul matricei  $A$  .
- (4p) c) Să se arate că  $A^2 = -I_2$  .
- (2p) d) Să se arate că  $A^2X = XA^2$  ,  $\forall X \in M_2(\mathbf{R})$ .
- (2p) e) Să se arate că , dacă  $a, b \in \mathbf{R}$  , atunci matricea  $B = aI_2 + bA \in G$  .
- (2p) f) Să se arate că  $A^{4k} = I_2$  ,  $\forall k \in \mathbf{N}^*$  .
- (2p) g) Să se calculeze determinantul matricei  $A + A^2 + \dots + A^{2007}$  .

**SUBIECTUL IV( 20p )**

Se consideră funcția  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  ,  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$  .

- (4p) a) Să se verifice că  $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2 + 1}$  ,  $\forall x \in \mathbf{R}$
- (4p) b) Să se calculeze  $f'(x)$  ,  $x \in \mathbf{R}$  .
- (4p) c) Să se arate că funcția  $f$  este descrescătoare pe  $(-\infty, 0]$  .
- (2p) d) Să se determine ecuația asimptotei către  $+\infty$  la graficul funcției  $f$  .
- (2p) e) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(n) - 1) \cdot n^2$  .
- (2p) f) Să se calculeze  $\lim_{n \rightarrow \infty} (f(n))^{n^2}$  .
- (2p) g) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$  .